$f(x)=\sin x(1-\sin^2 x)$

$f(x)=\sin x.Cos^2 x$

$F(x)=\frac{-1}{3}Cos^3 x+k$

$f(\frac{-\pi}{4})=2\Rightarrow\frac{-1}{3}(\frac{\sqrt{2}}{2})^3+k=2$

$\Rightarrow k=2+\frac{\sqrt{2}}{12}$

$F(x)=\frac{-1}{3}Cos^3 x+2+\frac{\sqrt{2}}{12}$

4. f est continue sur $[0,\frac{\pi}{2}[$

$f(x)=\frac{1}{Cos^2 x}(1+tg\ x)$

(de la forme U'.U)

$F(x)=\frac{1}{2}(1+tg\ x)^2+k$

$F(\frac{\pi}{4})=0\Rightarrow k=-2$

$F(x)=\frac{1}{2}(1+tg\ x)^2-2$

EX 5 :

1. $f(x)=Cos(x).Cos(3x)$

$g(x)=\sin x.\sin(3x)$

a)

$*(f+g)(x)=Cos\ x.Cos\ 3x+\sin x\sin 3x$

$=Cos(3x-x)$

$=Cos\ 2x$

$\varphi(x)=\frac{1}{2}\sin 2x$ *est une primitive de* $(f+g)$ *sur IR*

$*(f-g)(x)=Cos\ 4x$

$\psi(x)=\frac{1}{4}\sin 4x$

est une primitive de (f-g) sur IR

b).

$(\varphi+\psi)'(x)=\varphi'(x)+\psi'(x)$

$=(f+g)(x)+(f-g)(x)$

$=2f(x)$

$F(x)=\frac{1}{2}(\varphi+\psi)(x)$ est une primitive de f sur IR

$F(x)=\frac{1}{4}\sin(2x)+\frac{1}{8}\sin(4x)+k$ k∈ IR

$(\varphi-\psi)'(x)=(f(x)+g(x))-(f(x)-g(x))$

$=2g(x)$

$G(x)=\frac{1}{2}(\varphi-\psi)(x)$

G est une primitive de g sur IR

$G(x)=\frac{1}{4}\sin(2x)-\frac{1}{8}\sin(4x)+k$ k∈ IR

2.

$h(x)=\sin 4x+Cosx.\sin 4x$

$h(x)=\sin 4x+2Cosx.\sin 2x\ Cos2x$

$=\sin 4x+4\sin x.Cos^2 x\ (Cos\ 2x)$

$=\sin 4x+4\sin x.Cos^2 x\ (2Cos^2 x-1)$

$=\sin 4x+8\sin x.Cos^4 x-4\sin x\ Cos^2 x$

$H(x)=\frac{-1}{4}Cos\ 4x-\frac{8}{5}Cos^5 x+\frac{4}{3}Cos^3+k$

$H(\pi)=0\Rightarrow\frac{8}{5}-\frac{4}{3}+k=0$

$k=\frac{-4}{15}$

$H(x)=\frac{1}{4}Cos\ 4x-\frac{8}{5}Cos^5 x+\frac{4}{3}Cos^3 x-\frac{4}{15}$

EX 6 :

$f(x)=x.\sin x$

1. *f est dérivable sur* $\mathbb{R}$

(*produit de 2 fonction dérivables*)

$f'(x)=\sin x+x\ Cos\ x$

f ' est dérivable sur $\mathbb{R}$

$f''(x)=Cos\ x+Cos\ x-x\sin x$

$f''(x)=2\ Cos\ x-f(x)$

$\Rightarrow f(x)=2\ Cos\ x-f''(x)$

2. $F(x)=+2\sin x-f'(x)+k$

$F(x)=2\sin-\sin x-x\ Cos\ x+k$

$F(x)=\sin x-x\ Cos\ x+k$

$F(\pi)=0\Rightarrow k=-\pi$

d'où :

$F(x)=\sin x-x\ Cos\ x-\pi$